

БӨЛІМ: МАТЕМАТИКА

Даламбер-Лагранж теңдеуі

ЖАРИЯЛАНДЫ
30.06.2023СІЛТЕМЕ
<https://bilimger.kz/140804/>

Н. К. Сыздыкова,

математика пәнінің оқытушысы

«Түркістан Ахмет Ясауи» кәсіби колледжі

Н материалдық нүкте тұратын кез-келген, екі жақты байланысқа ие болатын жүйе берілген. Даламбер принципі бойынша күш жүйесі нүктеге тікелей түсірілген белсенді күштер — күштердің байланыс реакциясы және -инерция күші әрбір уақыт моментінде, әрбір қозғалыстағы жүйенің орнында, тепе-теңдік шартында

(1)

Әрбір нүкте үшін берілген күштер жүйесінің нөлге эквивалент болатын түрде өрнектеуге болады. Бірақ күштер жүйесіне тепе-теңдік шартын қанағаттандыратын болжам қозғалыс принципін өрнектеуге тепе-теңдік шартын қолдануға болады. Қозғалмалы жүйенің қолдануының нәтижесінде Даламбер принципін біріктіруге болады: элементар жұмыстың қосындысы барлық тікелей нүкте жүйесіне түсірілген белсенді күштер, байланыс реакциясы мен инерция күштері сол жүйенің орнымен кез-келген болжам қозғалыстағы, сол ағымдағы уақыт моментінде нөлге тең болады.

Бұл теңдеуді

(2)

түрінде өрнектеуге болады.

Бұл (2) теңдеу динамиканың жалпы теңдеуінің бірінші түрі немесе теңдеудің, яғни Даламбер-Лагранж принципі бойынша өрнектелгенін көрсетеді. Бұндағы байланыстар тепе-теңдік шарты түрінде реономды болуы мүмкін. Инерция күшін олардың өрнегімен алмастырсақ, онда динамиканың жалпы түрін келесі басқа түрде көрсетуге болады.

(3)

немесе

(4)

Соңында динамиканың жалпы теңдеуін аналитикалық түрде векторлардың скаляр көбейтіндісін тікбұрышты, қозғалмайтын декарттық координат осінде олардың проекциялары арқылы өрнектей отырып, оларды келесі түрде

көрсетеміз, мұнда — координат осіндегі бірлік векторлар. Сонан соң

Бұл өрнектегі векторларды (3.6.4) теңдеуге қойып

(5)

теңдеу декарттық координатадағы аналитикалық түрдегі динамиканың жалпы теңдеуі.

Енді жүйеге қойылған байланыстар идеалды деп алайық. Бұл дегеніміз элементар жұмыстағы байланыс реакциясының күші сол айналымдағы қозғалыс процесіндегі сол және басқа да орындағы кез-келген мүмкін орын ауыстыру жүйесінде нөлге тепе-тең болады, яғни

Бұл жағдайда (2) (5) теңдеулер келесі түрде болады.

(6)

(7)

(8)

(9)

Есеп 1

Берілген:

3-блок біртекті тұтас цилиндр. Табу қажет 1 және 4-ші жүктердің үдеуін және 1-2, және 3-4 аралықтағы жіптегі тартылыс күштері.

Шешуі: Есепті шешу үшін динамиканың жалпы теңдеулерін қолданамыз. Бастапқы жағдайда жүйе тыныштықта тұрғандықтан қозғала бастайды. Осыған орай денелердің үдеулерінің бағыты олардың қозғалу бағытымен бағыттас болады. Жүйеде әсер етуші күштермен қоса үйкеліс күштері де бар. Ол күштердің бағытын анықтау үшін берілген бастапқы шамалардан жүйенің нақты қозғалу бағытын анықтау қажет. Егер жүйенің қозғалу бағыты дұрыс алынбаса, онда ізделінетін үдеудің шамасы «-» таңбасымен анықталады. Бұл жағдайда үйкеліс күштері мен инерция күштерінің бағыттарын өзгертіп, динамиканың қажетті өзгерістерін енгізу керек. Біздің жағдайымызда қозғалыс жүйесінде 1 жүк жіберіледі. Берілген күштерді көрейік. — ауырлық күші – 1-ші жүк. -2 блок, -3 блок және -4-ші жүк, ал сонымен F – көлбеу жазықтық бойынша 1 жүктің жылжу үйкеліс күші.

Инерция күшін алайық. 1-ші инерция күші a үдеумен үдемелі қозғалады.

векторымен өрнектеледі.

2-ші блоктағы инерция күші қозғалмайтын ось бойымен бұрыштық үдеумен айналады, жұпқа келтірілген моментт

3-ші блоктағы инерция күші жазыңқы қозғалыста болып векторға келтіріледі.

Мұнд – 3-ші масса центрінің үдеуі және күштер жұбындағы моментте

Мұнда – блоктың бұрыштық үдеуі

үдемелі қозғалыс үдеумен 4-ші жүктің инерция күші

Сурет 1

Болжам қозғалыстар жүйесінің бағытында оның нақты қозғалысын хабардар етейік.

Динамиканың жалпы теңдеуін құрайық.

Мұнда және – 2 және 3 блоктардың бұрылу бұрыштары сәйкесті жылдамдықтар болу мүмкін.

Массалар центрінің жылдамдығын және дененің бұрыштық жылдамдықтар жүйесін 1 денесінің жылдамдығы арқылы өрнектейік.

1 суретте көрсетілгендей 3-ші блоктың жылдамдықтар центрі 2-ші блоктың бір вертикаль центрінің бірінде табылады. 3-ші блок центрі мен жылдамдықтар центрінің арақашықтығы

(10)

Енді

(11)

табамыз.

Осындай болжам қозғалыстар арасындағы тәуелсіздіктен

(12)

теңдеу (12) теңдеуді ескеріп, осыдан теңдеу былай болады:

Ескерсек,

(13)

Шығуы:

(14)

Үдеулер арасындағы қатынас

(15)

Сурет 2

Сурет 3

(14)- ші (15)- ші теңдеулерді (13)- ке қойсақ

Жіптегі тартылыс күштерді анықтау үшін жіпті ойша үземіз және оның әрекетін 2- ші жіптегі реакциясына алмастырамыз.

Динамиканың жалпы теңдеуі

Осыдан

Динамиканың жалпы теңдеуін алмай-ақ Даламбер принципі былай болады:

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Аппель Г, Теоретическая механика, т. 1 и 2. Физматгиз, 1960.
2. В. В. Добронравов, Н. Н. Никитин, А. Л. Дворников А.Л., Курс теоретической механики, Высшая школа, 1970.

3. Тарг С.М., Краткий курс теоретической механики, Наука, 1972.
4. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике, Наука, 1980
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики, часть I,II, Высшая школа, 1977.
6. Яблонский А.А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике, часть I,II, Высшая школа, 1985.
7. Айдос Е.Ж. Жоғары математика. (Қысқаша курс) 2003.
8. Бугров Я.С., Никольский С.М. «Дифференциальное и интегральное исчисление» , М.Наука. 1996.
9. Жәутіков О.А. «Математикалық анализ курсы», Алматы, 1959.
10. Краснов М.Л. и др. Вся высшая математика, т.1,2,3. Москва, 2003.
11. Темірғалиев Н. « Математикалық анализ» , т.1,2. Алматы, 1991.
12. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. «Курс теоретической механики» I,II-том. «Наука» москва 1988.

ҚМ АА Күәлік нөмірі: **KZ45VPY00102718** — ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі

© 2026 **Bilimger.kz** Ақпараттық-танымдық білім порталы. Барлық мазмұн авторлық құқықпен қорғалған.