bilimger.kz
Республикалық білім және ғылым порталы
https://bilimger.kz
ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі тіркелген — Куәлік нөмірі: ***KZ45VPY00102718***
2025

БӨЛІМ: UALIKHANOV UNIVERSITY / UNIVER / СТУДЕНТ

Жоғары дәрежелі көпмүшелер

ЖАРИЯЛАНДЫ	ТІРЕК СӨЗДЕР	СІЛТЕМЕ
13.05.2025	algebra, classification into factors, coefficient, equation solving, graph, mathematics, polynomial, polynomials of the highest degree, root, алгебра, график, жоғары дәрежелі көпмүшелер, классификация факторов, корень, коэффициент, математика, многочлен, многочлены высокой степени, полином, решение уравнений, теңдеу шешу, түбір, факторларға жіктеу	https://bilimger.kz/179232/

Ануарбекова Динара
Ш.Уәлиханов атындағы Көкшетау Университеті
Математика,физика және информатика кафедрасының 1-курс студенті

Ғылыми-жетекші: ***Мусайбеков Рашид Кабдулкалимович***
Математика,физика және информатика кафедрасының профессор-ассистенті, жаратылыстану ғылымының магистрі

Аңдатпа. Жоғары дәрежелі көпмүшелердің математикалық есептеуі, олардың құрылымы мен қасиеттері қарастырамын. Жоғары дәрежелі көпмүшелер – алгебралық өрнектердің маңызды түрі ретінде математикалық анализде, алгебрада, сондай-ақ қолданбалы есептерде жиі кездеседі. Мақалада көпмүшеліктің дәрежесі, коэффициенттері, түбірлері және олардың орналасуы, графигінің сипаттамалары және факторларға жіктеу жолдары түсіндіріледі. Сонымен қатар, жоғары дәрежелі көпмүшелерді шешудің негізгі әдістері мен оларды оқу үдерісінде қолданудың тиімді тәсілдері көрсетіледі. Жоғары дәрежелі көпмүшелердің жалпы түрі, дәрежесі мен коэффициенттері анықталып, оларға жүргізілетін негізгі арифметикалық амалдар (қосу, алу, көбейту, бөлшектеу) талданады. Сонымен қатар, жоғары дәрежелі полиномдарды табу әдістері мен олардың кейбір нақты қолданбалық мәселелердегі рөліне (интерполяция, сигнал өңдеу, жаппай деректерді модельдеу) шолу жасадым.

Кілт сөздер. жоғары дәрежелі көпмүшелер, алгебра, полином, коэффициент, түбір, факторларға жіктеу, график, теңдеу шешу, математика.

Жоғары дәрежелі көпмүшелер – бұл алгебралық өрнектер, олар белгілі бір айнымалының жоғары дәрежесіне ие. Мысалы, көпмүшеліктердің дәрежесі 2, 3 және одан жоғары бола алады[1.

Жоғары дәрежелі көпмүшелердің жалпы түрі:

$P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$

Мұндағы:

- a_n — көпмүшенің ең жоғарғы коэффициенті (нөлге тең емес).
- n — көпмүшенің дәрежесі (яғни, айнымалының ең жоғары дәрежесі).
- x — айнымалы (дегенмен көпмүшелік басқа айнымалылармен де жазылуы мүмкін).

Көпмүше (немесе полином) — бір немесе бірнеше айнымалыдан тұратын, дәрежелері бүтін және теріс емес болатын алгебралық өрнек. Көпмүшелер көбінесе бір айнымалыға байланысты жазылады және олардың әрбір мүшесі коэффициент пен айнымалының белгілі бір дәрежесінен тұрады[1].

$P(x)=4x^3-2x^2+7x-5$

Бұл – үшінші дәрежелі көпмүше. Мұнда:

- $4x^3$, $2x^2$, 7x, 5 — көпмүшенің мүшелері;
- 4, 2, 7, 5 — коэффициенттер;
- X— айнымалы;
- 3 — көпмүшенің дәрежесі (ең жоғарғы дәреже).

Көпмүше мына түрде жазылады:

$P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$

Мұндағы:

- $a_n,a_{n-1},\ldots,a_0$ — нақты немесе кешенді сандар (коэффициенттер);
- x — айнымалы;
- n — көпмүшенің дәрежесі;

Көпмүшелердің түрлері

Көпмүшелер мүшелерінің санына қарай бірнеше түрге бөлінеді:

- Бірмүше – тек бір ғана мүшеден тұрады ($7x^2$);
- Екімүше – екі мүшеден тұрады (x^2+3);
- Үшмүше – үш мүшеден тұрады (x^2+2x+1);

- Көпмүше – төрт және одан да көп мүшеден тұратын өрнек.

Сондай-ақ, көпмүшелер бір немесе бірнеше айнымалыға байланысты болуы мүмкін:

- Бір айнымалы көпмүше – тек бір айнымалыны қамтиды (x^3+2x-5);
- Көп айнымалы көпмүше – екі немесе одан да көп айнымалыларды қамтиды ($2xy+3x^2y^2$).

Жоғары дәрежелі көпмүшелер — бұл айнымалысы бар және ең үлкен дәрежесі 3 немесе одан да жоғары болатын көпмүшелі өрнектер. Яғни, көпмүшенің ең жоғарғы дәрежесі 3, 4, 5 және одан әрі өскен сайын, ол жоғары дәрежелі көпмүше қатарына жатады[2].

- $P(x)=5x^4-2x^2+7x-3$ төртінші дәрежелі көпмүше.
- $Q(x)=x^6-4x^3+1$ алтыншы дәрежелі көпмүше.

Әрбір функцияның қай полином дәрежесін көрсететінін анықтау математиктерге оның қандай функция түрімен айналысатынын анықтауға көмектеседі, өйткені әр дәреже атауы нөл градусы бар көпмүшенің ерекше жағдайынан бастап графикалық түрде әр түрлі пішінде болады. Басқа дәрежелер келесідей:

- 0 дәрежесі: нөлге тең емес тұрақты
- 1-дәреже: сызықтық функция
- 2-дәреже: квадраттық
- 3-дәреже: текше
- 4-дәреже: төрттік немесе биквадраттық
- 5-дәреже: квинтикалық
- 6-дәреже: секстикалық немесе гексикалық
- 7-дәреже: септикалық немесе гептикалық

7-дәрежеден асатын көпмүшелік дәреже олардың сирек қолданылуына байланысты дұрыс аталмаған, бірақ 8-дәрежені октикалық, 9-дәрежені — емес және 10-дәрежені децик деп айтуға болады[2].

Көпмүшелік дәрежелерді атау студенттерге де, мұғалімдерге де теңдеу шешімдерінің санын анықтауға, сондай-ақ олардың графикте қалай жұмыс істейтінін білуге көмектеседі.

Функцияның дәрежесі функцияның болуы мүмкін шешімдердің ең көп санын және функцияның x осін қиып өтетін ең жиі санын анықтайды. Нәтижесінде, кейде дәреже 0 болуы мүмкін, бұл теңдеуде ешқандай шешімдер немесе x осін қиып өтетін графиктің кез келген даналары жоқ дегенді білдіреді.

Бұл жағдайларда көпмүшенің дәрежесі анықталмаған қалдырылады немесе нөл мәнін өрнектеу үшін теріс бір немесе теріс шексіздік сияқты теріс сан ретінде көрсетіледі. Бұл мән жиі нөлдік көпмүше деп аталады[3].

Төмендегі үш мысалда бұл көпмүшелік дәрежелердің теңдеудегі терминдер негізінде қалай анықталатынын көруге болады:

- $y = x$ (Дәреже: 1; бір ғана шешім)
- $y = x^2$ (Дәреже: 2; екі ықтимал шешім)
- $y = x^3$ (Дәреже: 3; Үш ықтимал шешім)

Бұл дәрежелердің мағынасын алгебрадағы осы функцияларды атауға, есептеуге және графигін салуға тырысқанда түсіну маңызды. Егер теңдеуде екі ықтимал шешім болса, мысалы, бұл функцияның графигі дәл болу үшін x осін екі рет қию қажет болатынын біледі. Керісінше, графикті және x осінің қанша рет қиылысатынын көре алсақ, біз жұмыс істеп жатқан функцияның түрін оңай анықтай аламыз.

Жоғары дәрежелі көпмүшелер қарапайым алгебралық өрнектерге қарағанда күрделірек болып келеді және оларды талдау үшін арнайы әдістер мен амалдар қажет.

Жоғары дәрежелі көпмүшенің жалпы түрлері:

$P(x)=a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$

Дәрежесі — ең үлкен дәрежелі мүшенің көрсеткіші. Түбірлері — көпмүшені нөлге теңестіріп, айнымалының мәндерін табу арқылы анықталады. Симметрия — кейбір көпмүшелер жұп немесе тақ функция ретінде симметрияға ие. Графигі — көпмүшенің графигі оның дәрежесіне және коэффициенттеріне байланысты күрделі қисық түрінде бейнеленеді. Тұрақты мүшесі — x=0 мәніндегі көпмүшенің мәні[4].

Кесте 1 — Көпмүшелерді олардың дәрежесіне байланысты келесідей жіктеуге болады

Дәреже	Көпмүше атауы	Мысал
0	Нөлінші дәрежелі (тұрақты)	P(x)=7
1	Бірінші дәрежелі (сызықтық)	P(x)=3x+2
2	Екінші дәрежелі (квадраттық)	P(x)=x2−5x+6
3	Үшінші дәрежелі (кубтық)	P(x)=x3−4x+1
4 және одан жоғары	Жоғары дәрежелі	P(x)=2×4+x3−1

Дәреже өскен сайын көпмүшенің графигі күрделене түседі және түбірлердің саны арта түседі және n-дәрежелі көпмүшенің ең көп дегенде n түбірі болады.

Жоғары дәрежелі көпмүшелермен жұмыс жасау – алгебраның маңызды салаларының бірі. Бұл бөлімде көпмүшелерге қолданылатын негізгі арифметикалық амалдар – қосу, азайту, көбейту, дәрежелеу, бөлу және қалдық табу – қарастырылады.

Көпмүшелерді қосу немесе азайту үшін алдымен ұқсас мүшелерді біріктіру қажет. Ұқсас мүшелер — айнымалысы мен дәрежесі бірдей мүшелер[4].

$P(x)=4x^5+3x^3-2x^2+x-1$, $Q(x)=-x^5+5x^3+x^2-3x+2$

Қосу:

$P(x)+Q(x)=(4x^5-x^5)+(3x^3+5x^3)+(-2x^2+x2)+(x-3x)+(-1+2)=3x^5+8x^3-x^2-2x+1$

Азайту:

$P(x)-Q(x)=(4x^5+x^5)+(3x^3-5x^3)+(-2x^2-x^2)+(x+3x)+(-1-2) =5x^5-2x^3-3x^2+4x-3$

Көпмүшелерді көбейткенде, әрбір мүшені бір-бірімен көбейтіп, нәтижесінде шыққан ұқсас мүшелер біріктіріледі.

$P(x)=x^2+2x+1$, $Q(x)=x-3$

$P(x)\cdot Q(x)=(x^2+2x+1)(x-3) =x^3-3x^2+2x^2-6x+x-3=x^3-x^2-5x-3$

Дәрежеге шығару

Көпмүшені дәреже бойынша шығару – оны өз-өзіне бірнеше рет көбейту.

$(x+1)^3=(x+1)(x+1)(x+1)(x + 1) =(x^2+2x+1)(x+1)=x^3+3x^2+3x+1$

Жоғары дәрежелі көпмүшелермен амалдар орындау — математикалық ойлау қабілетін дамытатын, әрі формальды есептерді шешуде жиі қолданылатын маңызды бөлім. Бұл амалдар теңдеулер шешуде, функцияларды түрлендіруде, және математикалық модельдер құруда кеңінен қолданылады[4].

Көпмүшенің түбірі (нөлі) — бұл көпмүшені айнымалының белгілі бір мәнінде нөлге айналдыратын сан.

Яғни, $P(a)=0$ болса, онда аа – $P(x)$ көпмүшесінің түбірі.

$P(x)=x^2-5x+6$

Түбірлерін табу үшін:

$x^2-5x+6=0\Rightarrow x_1=2,\ x_2=3$

Сонда: $P(2)=0$ және $P(3)=0$

Жоғары дәрежелі көпмүшелердің түбірлерінің саны n-дәрежелі көпмүшенің ең көбі n түбірі болады. Түбірлер нақты немесе комплекс, қайталанатын немесе әртүрлі болуы мүмкін[5].

x^3-6x^2+11x – үшінші дәрежелі көпмүше, демек оның 3 түбірі болады (егер кешенді түбірлермен санасақ).

Түбірлерді табу әдістері

1) Факторлауға келтіру (жіктеу)

Көпмүшені көбейткіштерге жіктеп, нөлге теңестіру арқылы түбірлерді табуға болады.

$P(x)=x^3-6x^2+11x-6\Rightarrow$

$P(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$

Түбірлері: $x=1, 2, 3$

2) Рационал түбірлер теоремасы (Рационал тамырлар ережесі)

Коэффициенттері бүтін сандар болатын көпмүшенің рационал түбірлері мына түрде болады:

$x=p\backslash q$, мұндағы: p–босмүшенің бөлгіштері, q–ағакоэффициенттің бөлгіштері

$P(x)=2x^3-3x^2-8x+12$

Мүмкін түбірлер: ±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±12, сондай-ақ бөлгіштерін 2-ге бөлу арқылы алынған сандар.

Тексеру арқылы нақты түбір табылады:

$P(2)=2(8)-3(4)-8(2)+12=16-12-16+12=0\Rightarrow x=2$–түбір

3) Горнер схемасы (бөлшектеу әдісі)

Көпмүшені бір түбір табылғаннан кейін бөлшектеуге арналған жылдам әдіс. Мақсаты – көпмүшені бір түбір бойынша бөліп, нәтижесінде төмен дәрежелі көпмүше алу.

4) Графиктік әдіс

Көпмүшенің графигін салу арқылы нөлге тең болатын нүктелер анықталады. Бұл – жуық мәндермен жұмыс істеуге көмектесетін визуалды әдіс.

5) Сандық әдістер (жуықтау)

Егер аналитикалық әдістер жарамаса (мысалы, түбір нақты, бірақ иррационал болса), онда Ньютон әдісі сияқты сандық тәсілдер қолданылады.

4.4 Түбірлердің түрлері

Нақты түбірлер: нақты сандар (x=2)

Кешенді түбірлер: мнималы сандар (x=1+i)

Қайталанатын (кратный) түбір: түбір бірден артық рет кездеседі ($(x-2)^2x = 2$ – екі рет түбір)

Бүтін, бөлшек, иррационал түбірлер

Жоғары дәрежелі көпмүшелердің түбірлерін табу — математиканың маңызды міндеттерінің бірі. Бұл дағды теңдеулер шешуде, функциялар зерттеуде, қолданбалы есептер шығаруда кеңінен қолданылады[5].

Жоғары дәрежелі көпмүшелер – математикалық талдаудың, алгебраның, есептеу техникасының маңызды элементі. Олар теңдеулерді шешуде, графиктер құруда, шамаларды модельдеуде қолданылады.

Көптеген физикалық процестердің (қозғалыс, тербеліс, күштердің таралуы) математикалық моделі – жоғары дәрежелі көпмүшелер түрінде жазылады.

Жылдамдықтың, үдеудің уақытқа тәуелділігі

$s(t)=at^3+bt^2+ct+ds$

Экономика және қаржы

Пайыздық өсім немесе құлдырау моделін көпмүшемен жуықтауға болады

Сұраныс пен ұсыныс графиктері көпмүшелі функциялармен сипатталады

Оптимизация есептерінде кіріс немесе шығыс функциясы көпмүше түрінде жазылады

Күрделі процестерді модельдеу үшін нақты мәліметтер бойынша көпмүше жуықтау (аппроксимация) әдістері қолданылады:

Лагранж интерполяциясы

Полиномдық регрессия

Бұл әдістер мәліметтер арасындағы байланысты табуға және болашақ мәндерді болжауға мүмкіндік береді.

Жоғары дәрежелі көпмүшелер – алгебраның маңызды ұғымдарының бірі. Бұл тақырыпты меңгеру – математикалық білімді тереңдетуге, логикалық ойлау мен есеп шығару дағдыларын дамытуға үлкен үлес қосады. Жұмыста көпмүшелердің анықтамасы, жалпы түрі, қасиеттері, жіктелуі және олармен орындалатын амалдар жан-жақты қарастырылды. Сондай-ақ, көпмүшелердің түбірлерін табу әдістері мен олардың практикалық маңызы да кеңінен ашып көрсетілді[6].

Пайдаланылған әдебиеттер

1. Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық / А.Әбілқасымова, Ә.Сатыбалдин. – Алматы: Мектеп, 2022. – 352 б.
2. Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 7–9 сыныптарына арналған оқулық / Т.Әбдікәрімов. – Алматы: Атамұра, 2021. – 280 б.
3. Жұмахан Е. Жоғары математика курсы. – Алматы: Қазақ университеті, 2020. – 480 б.
4. Баймұханова С.Е. Математикалық анализ негіздері. – Алматы: Эверо, 2019. – 396 б.
5. Математикадан анықтамалық / Құраст.: Бекболатова М., Досмұхамбетов А. – Астана: Фолиант, 2021. – 240 б.
6. Искакова З.Б., Сейсенова З.М. Жоғары математика: оқулық. – Алматы: Экономика, 2018. – 512 б.
7. Қараев Ж.Т. Математика: Жалпы білім беретін мектептің оқушылары мен ұстаздарына арналған көмекші құрал. – Шымкент: ОҚМУ баспасы, 2019. – 210 б.
8. Stewart J. Calculus. – 8th ed. – Boston: Cengage Learning, 2016. – 1392 p.
9. Larson R., Hostetler R. Precalculus with Limits. – 3rd ed. – Boston: Brooks/Cole, 2015. – 816 p.
10. Weisstein, Eric W. “Polynomial.” From MathWorld—A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/Polynomial.html

МНОГОЧЛЕНЫ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ

Ануарбекова Динара

Кокшетауский университет имени Ш. Уалиханова

Студент 1 курса кафедры математики,физики и информатики

Научный руководитель: Мусайбеков Р. К.

Доцент кафедры математики,физики и информатики, магистр естественных наук

Аннотация. Рассмотрю математическое исчисление многочленов высокой степени, их структуру и свойства. Многочлены высокой степени являются наиболее распространенными в математическом анализе, алгебре, а также в прикладных задачах как важный тип алгебраических выражений. В статье объясняются степень, коэффициенты, корни многочленов и их расположение, характеристики их графика и способы классификации по факторам. Кроме того, будут показаны основные методы решения многочленов высокой степени и эффективные способы их использования в учебном процессе. Определяется общий вид, степень и коэффициенты многочленов высокой степени и анализируются основные арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, дробь), которые проводятся на них. Кроме того, я провел обзор методов обнаружения многочленов высокой степени и их роли в некоторых конкретных задачах приложения (интерполяция, обработка сигналов, моделирование массивных данных).

Ключевые слова. многочлены высокой степени, алгебра, многочлен, коэффициент, корень, классификация факторов, график, решение уравнений, математика.

HIGHER ORDER POLYNOMIALS

Anuarbekova Dinara

Kokshetau University named after sh.Ualikhanov

1st year student of the Department of Mathematics, Physics and computer science

Scientific supervisor: R. K. Musaibekov

Professor-Assistant of the Department of Mathematics, Physics and Computer Science, Master of Natural Sciences

Annotation. Mathematical calculation of polynomials of higher degrees, their structure and properties I will consider. Polynomials of higher degrees – as the most important type of algebraic expressions, are often found in mathematical analysis, algebra, as well as in Applied Problems. The article explains the degree, coefficients, roots of polynomials and their location, graph characteristics and ways to classify into factors. In addition, the main methods of solving polynomials of higher degrees and effective ways of their application in the educational process are shown. The general type, degree and coefficients of polynomials of higher degrees are determined and the main arithmetic operations performed on them (addition, subtraction, multiplication, division) are analyzed. In addition, I reviewed the methods for finding high-order polynomials and their role in some specific application problems (interpolation, signal processing, mass data modeling).

Keywords. polynomials of the highest degree, algebra, polynomial, coefficient, root, classification into factors, graph, equation solving, mathematics.