bilimger.kz Республикалық білім және ғылым порталы
https://bilimger.kz
ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі тіркелген — Куәлік нөмірі: **KZ45VPY00102718**
2025

БӨЛІМ: ЖАЛПЫ РУБРИКА

Линейная алгебра. Переопределенность системы

ЖАРИЯЛАНДЫ	СІЛТЕМЕ
17.08.2025	https://bilimger.kz/182064/

Довлетова Куралай Довлетовна,
Педагог-стажер.
Мангистауская область, город Жанаузен

Заң решений тогда, когда выполняется условие:

Bf≠0.

Такие случаи возможны когда количество уравнений больше, чем число неизвестных.

Рассмотрим СЛАУ (систему линейно-алгебраических уравнений)

{5×1+6×2=b1 x1-x2=b2 x1+10×2=b3 (2)

Систему (2) можно записать в матричном виде Ax=b, где A=5 6 1 -1 1 10 , x=x1 x2 , b=b1 b2 b3

количество неизвестных=2 количество уравнений=3 }-такая система согласна определению будет переопределенной. На математическом языке это означает что ∃B=b11 b12 b13 b21 b22 b23 :

BA=0 (3)

В данном случае B=2 -5 -5 1 -4 -1 . Действительно 2 -5 -5 1 -4 -1 5 6 1 -1 1 10 =0 0 0 0

Из этого следует, что если Bb≠0 то СЛАУ не имеет решений.

A0=0 0≠ xKerA Ax=0 }- имеет не единственное решение

Соотношение (3) можно интерпретировать в терминах теории линейных операторов в гильбертовых пространствах. Для этого запишем матрицу A в виде линейного оператора:

A: R2R3

Если bImA, то уравнение (2) имеет решений.

Если bImA, bR3 , то операторное уравнение (2) не имеет решений.

Таким образом, разрешимость уравнения (2) зависит от образа оператора A, то есть:

ImA⊂R3 , ImA≠R3

В то же время единственность решения уравнения (2) зависит от ядра оператора A, то есть:

KerA⊂R2, KerA≠0 .

В общем случае A-линейный замкнутый оператор H1H2, причем

H1KerA, ImA⊂H2.

Пусть оператор B гильбертово пространство H2 переводит в гильбертово пространство H3, причем:

BA=0.

Тогда справедливы соотношения:

BAx=0, u=AxImA,

Bu=0, uKerB

Поэтому верно включение:

ImA⊂ KerB (4)

Таким образом, условие (4) гарантирует пере определенность оператора A. Обычно следующая схема

H1 A→ H2 B→H3

В математике называется комплексом, причем должно выполнятся включение: ImA⊆ KerB.

Таким образом когомология Де-Рама (фактор пространство) KerB/ImA помогает нам определить степень переопределенности.